пространстве главного расслоения реперов специального вида. Эта конструкция может быть обобщена на 4-мерные псевдоримановы многообразия произвольной сигнатуры.

Теорема 1. *4-мерное псевдориманово многообразие сигнатуры* $(4,0)$ *или* $(2,2)$ *автодуально тогда и только тогда, когда в обобщенном репере Ньюмена-Пенроуза*

$$1)\ R_{0\hat{0}0\hat{1}} = \frac{1}{2} r_{0\hat{1}}; \qquad 2)\ R_{0\hat{1}0\hat{1}} = 0; \qquad 3)\ R_{0\hat{1}\hat{0}1} = \frac{1}{2}\alpha\kappa.$$

Теорема 2. *4-мерное псевдориманово многообразие сигнатуры* $(4,0)$ *или* $(2,2)$ *антиавтодуально тогда и только тогда, когда в обобщенном репере Ньюмена-Пенроуза*

$$1)\ R_{0\hat{0}01} = \frac{1}{2} r_{01}; \qquad 2)\ R_{0101} = 0; \qquad 3)\ R_{01\hat{0}\hat{1}} = \frac{1}{2}\alpha\kappa.$$

Здесь R, r и κ суть тензор Римана-Кристоффеля, тензор Риччи и скалярная кривизна соответственно, $\alpha = \pm 1$ при $s = (2,2)$ или $s = (4,0)$ соответственно. Заметим, что в случае лоренцевой сигнатуры автодуальность либо антиавтодуальность многообразия равносильны его конформной плоскости.

Если многообразие несет какую-либо дополнительную структуру (например, структуру эрмитовой поверхности), эти теоремы приводят к более глубоким результатам, например:

Теорема 3. *Компактная автодуальная эрмитова поверхность является* RK*-многообразием тогда и только тогда, когда она является локально конформно-кэлеровым многообразием с комплексно-линейным тензором Риччи.*

Теорема 4. *Метрика компактной антиавтодуальной эрмитовой поверхности локально конформна метрике нулевой скалярной кривизны.*

С. В. Асташкин, Р. Ф. Узбеков (Самара)

О К-ФУНКЦИОНАЛЕ НА ПАРЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ

Если (X_0, X_1) — банахова пара, $x \in X_0 + X_1$ и $t > 0$, то $\mathcal{K}$ —

функционал

$$\mathcal{K}(t,x;X_0,X_1) = \inf\{\|x_0\|_{X_0} + t\|x_1\|_{X_1} : x = x_0 + x_1, x_i \in X_i\}.$$

Ясно, что для произвольных $x \in X_0 + X_1$ и $t > 0$ существует разложение $x = y_0 + y_1$, $y_i = y_i(t) \in X_i$ $(i = 0, 1)$, такое, что при некотором $C > 0$

$$C^{-1}(\|y_0\|_{X_0} + t\|y_1\|_{X_1}) \leq \mathcal{K}(t,x;X_0,X_1) \leq C(\|y_0\|_{X_0} + t\|y_1\|_{X_1}). \tag{1}$$

Пусть φ — линейный функционал, определенный на некотором подпространстве $M \subset X_0 + X_1$, $N = \{x \in M : \varphi(x) = 0\}$. Тогда пересечения $Y_i = X_i \cap N$ $(i = 0, 1)$ образуют нормированную (вообще говоря, не банахову) пару (Y_0, Y_1). Рассмотрим вопрос о связи между $\mathcal{K}$ -функционалами пар (X_0, X_1) и (Y_0, Y_1), предполагая выполненными следующие условия:

1) пересечение $X_0 \cap X_1$ всюду плотно в X_0 и X_1, $\varphi \in (X_0 \cap X_1)^*$;

2) для произвольных $y \in Y_0 + Y_1$ и $t > 0$ разложение $y = y_0(t) + y_1(t)$ можно выбрать так, что оно "оптимально", т.е. выполнено (1), и, кроме того, при всех $t > 0$ $y_0(t) \in M$.

Теорема. *При выполнении условий* 1) *и* 2)

$$\mathcal{K}(t,y;Y_0,Y_1) \asymp \mathcal{K}(t,y;X_0,X_1) + \frac{|\varphi(y_0(t))|}{\mathcal{K}(t^{-1},\varphi;X_0^*,X_1^*)} \tag{2}$$

(*т.е. имеет место двусторонняя оценка, аналогичная* (1), *константы в которой не зависят от* $y \in Y_0 + Y_1$ *и* $t > 0$).

Рассмотрим частный случай: $X_0 = L_1(s)$, $X_1 = L_1(1/s)$, где $\|x\|_{L_1(w)} = \int_0^\infty |x(s)|w(s)ds$ ($w(s)$ — измеримая неотрицательная функция на $(0,\infty)$).

Пусть $\varphi(x) = \int_0^\infty x(s)g(s)ds$, причем $|g(s)| \leq C\max(s, s^{-1})$. Через M обозначим множество всех $x \in L_1(s) + L_1(1/s)$, таких, что функция $x(s)g(s)$ интегрируема на любом отрезке $[a,b]$ $(0 < a < b < \infty)$ и существует конечный предел $\varphi(x) = \lim_{a\to 0, b\to\infty} \int_a^b x(s)g(s)ds$. Тогда выполняются условия сформулированной теоремы, и соотношение (2) принимает вид:

$$\mathcal{K}(t,x;L_1(s)\cap N_g, L_1(1/s)\cap N_g) \asymp \int_0^\infty |x(s)|\min(s,ts^{-1})ds +$$

$$+ \{\sup_{s>0}[|g(s)|\min(s^{-1}, st^{-1})]\}^{-1} \left|\int_0^{\sqrt{t}} x(s)g(s)ds\right|,$$

$$N_g = \{x \in M : \varphi(x) = 0\}.$$

В случае $g(s) = 1$ последняя формула была другим способом доказана в работе N. Krugljak, L. Maligranda, L.-E. Persson, The failure of Hardy's inequality and interpolation of intersections, Lulea Univ. of Tech., Dep. of Math., Research Rep. 3 (1998).

Р. М. Асхатов (Казань)

О ПОТЕНЦИАЛАХ ДЛЯ ОДНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО РОДА

Пусть E_p^+ — полупространство $x_p > 0$ евклидова пространства E_p точек (x', x_p), $x' = (x_1, \cdots, x_{p-1})$, а D^+ — конечная область в E_p^+, ограниченная частью $\Gamma^{(0)}$ гиперплоскости $x_p = 0$ и гиперповерхностью Γ^+.

Речь идет об уравнении

$$T_k(u) = \sum_{i=1}^{p-1} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} + x_p^k \frac{\partial^2 u}{\partial x_p^2} + k x_p^{k-1} \frac{\partial u}{\partial x_p} = 0. \qquad (1)$$

Строятся потенциалы двойного и простого слоев видов:

$$W(M) = \int_{\Gamma^+} \sigma(P)\ A_P[w_1]\ d\Gamma_P, \qquad (2)$$

$$V(M) = \int_{\Gamma^+} \mu(P)\ w_1 d\Gamma_P, \qquad (3)$$

где

$$w_1 = A_1(r_1^2)^{\frac{2-p-\frac{k}{2-k}}{2}} F\left(\frac{k}{2(2-k)}, \frac{p+\frac{k}{2-k}-2}{2}, \frac{k}{2-k}; 1-\tau\right)$$